

то замкнутое $\pi(D)$ -инвариантное подпространство $W_S \subseteq H$ допускает спектральный синтез.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красичков-Терновский И. Ф. *Спектральный синтез в комплексной области для дифференциального оператора с постоянными коэффициентами. I. Теорема двойственности* // Матем. сб. – 1991. – Т. 182. – № 11. – С. 1559–1588.

2. Письменный Р. Г. *Главные подмодули и инвариантные подпространства аналитических функций* // Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. – Славянск-на-Кубани, 2010. – 104 с.

А. Р. Гайнуллина

*Казанский (Приволжский) федеральный университет,
GaynullinaAlina@gmail.com*

СВОБОДНЫЕ КОММУТАТИВНЫЕ ОПЕРАДЫ

В работах [1] и [2] было введено понятие коммутативной операды. Коммутативные операды (над фиксированной вербальной категорией) образуют подмногообразие в многообразии всех операд, рассматриваемых как многосортные универсальные алгебры. Следовательно, должны существовать свободные алгебры этого подмногообразия, то есть свободные коммутативные операды. В данной заметке получены первые результаты об их строении.

Напомним конструкцию свободных Σ -операд из работы [1] (с. 687–688). Пусть S – линейно упорядоченное множество, S^* – свободный моноид с базисом S . Рассмотрим операду G с компонентами $G(n) = (S^*)^n$. Определим в ней подопераду

PC_S . Элементы $PC_S(n)$ – это упорядоченные последовательности (w_1, \dots, w_n) слов в алфавите S , такие, что совокупность $\{w_1, \dots, w_n\}$ является “префиксным кодом”, т. е. все эти слова различны, и ни одно из них не является префиксом другого.

Теорема 1. *PC_S является свободной Σ -операдой с базисом $X_S = \{X_{S,n} | n \geq 1\}$, где $X_{S,n}$ состоит из элементов (s_1, \dots, s_n) , $s_1, \dots, s_n \in S$ и $s_1 < \dots < s_n$. Для любого семейства $\Omega = \{\Omega_n | \Omega_n \subseteq X_{S,n}, n \geq 1\}$ подоперада операды PC_S , порожденная этим семейством, будет свободной операдой с базисом Ω . Для любого семейства непересекающихся множеств $\Omega = \{\Omega_n | n \geq 1\}$ можно найти линейно упорядоченное множество S и набор инъективных отображений $\Omega_n \rightarrow X_{S,n}$ для всех $n \geq 1$.*

Рассмотрим свободный коммутативный моноид Z , порожденный тем же множеством S . Ему соответствует коммутативная операда Z с компонентами $Z(n) = Z^n$.

Теорема 2. *Σ -подоперада операды Z , порожденная элементами множества $X_S = \{X_{S,n} | n \geq 1\}$, определяемого как в теореме 1, является свободной коммутативной Σ -операдой с базисом X_S . Любая свободная коммутативная операда изоморфна подопераде такого вида.*

Отметим, что изучение коммутативных операд имеет также и прикладное значение (см. [3]).

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной Казанскому (Приволжскому) федеральному университету для выполнения проектной части государственного задания в сфере научной деятельности (проект № 2045).

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тронин С. Н. *Операды и многообразия алгебр, определяемые полилинейными тождествами* // Сиб. матем. журн. – 2006. – Т. 47. – № 3. – С. 670–694.
2. Тронин С. Н. *Естественные мультипреобразования мультифункторов* // Изв. вузов. Матем. – 2011. – № 11. – С. 58–71.
3. Tronin S. N., Gaynullina A. R. *Some applications of the operad theory in public-key cryptography* // Мат. конф. “Алгебра и математическая логика: теория и приложения” (г. Казань, 2–6 июня 2014 г.) и сопутствующей молодежной летней школы “Вычислимость и вычислимые структуры”. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2014. – С. 146–147.

А. В. Галанин

*Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, ООО НПП “Прима”,
al@galanin.nnov.ru*

**ПОИСК МИНИМАЛЬНОГО НАБОРА
ОДНОМЕРНЫХ ЦИКЛОВ, ПОРОЖДАЮЩИХ
БАЗИС ГРУППЫ ОДНОМЕРНЫХ ГОМОЛОГИЙ
ЗАМКНУТОГО МНОГООБРАЗИЯ**

Пусть полиэдр P – m -мерное замкнутое многообразие, $s \in V$ – фиксированная точка. Также известны значения индексной вектор-функции J (см. [5]) относительно некоторого базиса $H_{m-1}(P)$. Здесь $H_k(P)$ – группы гомологий P с коэффициентами из поля \mathbb{Z}_2 , $k = 1, \dots, m$, $L : C_1(P) \rightarrow \mathbb{R}$ – неотрицательная весовая функция.